

Kartleggingsprøve i regning for 3. trinn

Veiledning til lærere 2015

«Formålet med kartleggingsprøver er å undersøke om det er enkeltelever som trenger ekstra oppfølging i ferdigheter og fag.»

Innhold

1 OM PRØVEN.....	3
Bekymringsgrense.....	4
Hva måler kartleggingsprøven i regning for 3.trinn?	5
Hvordan bruke resultatene som grunnlag for videre læring?	6
2 FØR PRØVEN	8
Informasjon til foreldrene	8
Informasjon til elevene	8
3 UNDER GJENNOMFØRINGEN	8
4 ETTER PRØVEN.....	9
Oppfølging av elever under bekymringsgrensen.....	10
Utvikling av begreper og ferdigheter	11
Telling.....	13
Tallbegrep	15
Tallrekka og tallinja	17
Regning.....	19
Elevportretter – Adam, Leonora og Jonnah.....	22
Adam - like under bekymringsgrensen	22
Leonora - langt under bekymringsgrensen.....	23
Jonnah - langt over bekymringsgrensen	24
Oppfølging av resultatene i lærerteamet.....	25
Skoleleders ansvar.....	26
Tips til informasjon og aktuelle ressurser	27
Forslag til videre lesing	28

1 OM PRØVEN

Denne veiledningen er skrevet for deg som har elever som skal gjennomføre kartleggingsprøve i regning på 3. trinn. Veiledningen inneholder råd og informasjon om hva som bør gjøres før, under og etter at prøven er gjennomført. Den siste delen av veiledningen handler om hvordan resultatene kan brukes til videre oppfølging av elever som skårer under en bekymringsgrense. Du kan lese mer om prøven på Utdanningsdirektoratets nettsider (www.udir.no).

OM KARTLEGGINGSPRØVER

Hva er formålet med prøven?

Kartleggingsprøver skal avdekke om det er elever som ikke har tilegnet seg nødvendige ferdigheter i begynneropplæringen. Resultatene fra prøven skal hjelpe lærerne og skoleledelsen med å identifisere elever som ligger under en bekymringsgrense og som trenger ekstra oppfølging. Informasjonen fra prøvene må ses i sammenheng med annen informasjon om eleven som skolen har tilgang til. Dersom prøveresultatene til en elev viser at eleven har manglende begrepsforståelse og/eller ferdigheter, kan det være behov for videre kartlegging før eleven får ekstra oppfølging.

Hva måler kartleggingsprøver?

Kartleggingsprøver undersøker om det er enkeltelever som trenger ekstra oppfølging og tilrettelegging i opplæringen. Prøven består av mange lette oppgaver og gir derfor lite informasjon om de elevene som får til alle eller nesten alle oppgavene. Det eneste vi kan si om de elevene som får til mye eller alt på prøven er at de har tilstrekkelige ferdigheter som grunnlag for videre læring, men vi vet lite om hvor mye de egentlig kan. På denne måten skiller kartleggingsprøver seg fra nasjonale prøver som også inneholder vanskelige oppgaver og gir informasjon om elever på alle nivåer.

Må alle elever ta prøven?

Alle elever på 3. trinn skal gjennomføre prøven. Elever som er syke på prøvedagen, eller som har annet fravær, skal få mulighet til å ta prøven på et annet tidspunkt. Informasjon om fritak er beskrevet nærmere i *Retningslinjer for gjennomføring*.

Kan elever få tilrettelegging?

Skolen har ansvaret for at elever som trenger særskilt tilrettelegging også kan gjennomføre kartleggingsprøven. Tilrettelegging kan for eksempel være gjennomføring i liten gruppe, gjennomføring alene, eller med flere innlagte pauser. Skolen kan ikke lage egne ordninger som kan påvirke elevresultatene som for eksempel bruk av hjelpemidler eller utvidet tid per side. Skoleleder må vurdere den enkelte elevs behov for spesiell tilrettelegging.

Hvem har ansvaret for gjennomføringen av kartleggingsprøver?

Skoleleder har det overordnede ansvaret for å legge til rette for at alle elever deltar på gjennomføringen.

Bekymringsgrense

Formålet med kartleggingsprøven er å identifisere elever som trenger ekstra oppfølging i å utvikle grunnleggende ferdigheter i regning. Bekymringsgrensen beregnes ved å sammenligne resultatene fra et representativt utvalg av elever ved første gjennomføring av prøven. Grensen bestemmes ved at de svakeste 20 prosentene av elevene på landsbasis får like mange eller færre poeng enn bekymringsgrensen. Du finner bekymringsgrenser på udir.no og i registreringsskjemaet som er publisert i prøveadministrasjonssystemet (PAS).

Det er viktig å være klar over at det kan være svært ulikt hva elever som ligger under bekymringsgrensen, har fått til eller har problemer med. Det er derfor nødvendig å vurdere resultatene til den enkelte elev opp mot annen informasjon om eleven for å kunne treffe beslutninger om videre arbeid. For elever som trenger ekstra oppfølging, er det viktig at resultater og råd om veien videre kommuniseres til elevens foreldre, slik at de kan støtte opp om eget barns utvikling av grunnleggende ferdigheter i lesing.

De aller fleste elever som identifiseres av kartleggingsprøven, vil kunne følges opp innenfor rammen av tilpasset opplæring. Det vil imidlertid være noen få elever som bør utredes videre med tanke på behov for spesialundervisning.

Bekymringsgrensen må ikke ses som en absolutt grense. Noen elever som skårer like over bekymringsgrensen, vil også trenge ekstra oppfølging. I tillegg kan læreren oppleve at en elev skårer under eller like ved bekymringsgrensen, samtidig som tidligere observasjoner av eleven tyder på noe annet. Det er derfor viktig å støtte seg til annen informasjon en har om elevene i den videre oppfølgingen.

Husk:

- ✓ Formålet med prøven er å finne ut om det er enkeltelever som trenger ekstra oppfølging.
- ✓ Elever under bekymringsgrensen skal følges opp videre.
- ✓ Du må informere foreldrene om resultatene på kartleggingsprøven hvis det viser seg at eleven er under bekymringsgrensen og dermed trenger ekstra oppfølging.
- ✓ Elever som skårer like over bekymringsgrensen, kan også trenge videre oppfølging.
- ✓ Resultatene til en elev må ses i sammenheng med annen informasjon om eleven.

Hva måler kartleggingsprøven i regning for 3.trinn?

Kartleggingsprøven skal brukes til å kartlegge regning som grunnleggende ferdighet, avgrenset til elevenes tallforståelse og regneferdighet¹. Formålet med prøven er å identifisere elever som har svake begreper og svake telle- og regneferdigheter. Prøven er forankret i definisjonen og progresjonsbeskrivelsen for regning i *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*² og kompetansemål i læreplanen³.

Nedenfor gjøres en vurdering av hvilke aspekter ved grunnleggende ferdigheter i regning som kan måles på prøven. Elever som skårer under bekymringsgrensen, ligger på et lavt nivå. Prøven er tilpasset dette nivået. Oppgavene måler dermed kompetanse på laveste nivå i progresjonsbeskrivelsen for regning i *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*.

Grunnleggende ferdigheter i regning er delt i fire ferdighetsområder:

- **Gjenkjenne og beskrive** er på nivå 1 beskrevet som "Gjenkjenner konkrete situasjoner som kan løses ved regning, og formulerer spørsmål til dem". Det er naturlig å knytte dette til situasjoner som involverer tall og størrelser. For 3. trinn vil det si å kunne formulere korrekt regneuttrykk til situasjoner som beskrives ved illustrasjoner, som for eksempel å regne ut hva to gjenstander koster til sammen. Det kan også handle om noe så enkelt som å forstå at sju epler (halvkonkreter/tegning) kan representeres med (tall)symbolet 7, eller kunne sammenlikne to representasjoner for samme tall (for eksempel tallsymbol og konkreter).
- **Bruke og bearbeide** er på nivå 1 beskrevet som "Bruker enkle strategier for opptelling og klassifisering av mengder og geometriske former. Utfører enkle beregninger på ulike måter." For prøven for 3. trinn er det naturlig å avgrense dette til å bruke strategier for opptelling og klassifisering av mengder samt å kunne gjennomføre aritmetriske beregninger (både oppstilte og uoppstilte oppgaver).
- **Reflektere og vurdere** er beskrevet som "Avgjør om et resultat er svar på spørsmålet som ble stilt." Det antas at det vil være svært krevende for elevene å vurdere dette i en "ikke-muntlig" situasjon, og at det vil trekke for store vekslers på elevenes evne til å formulere seg skriftlig. Dette aspektet vil derfor ikke bli vurdert.
- **Kommunikasjon** er beskrevet som "Bruker ulike virkemidler for å utrykke enkle beregninger". I rammeverket for kartleggingsprøver fremholdes det at prøvene ikke skal måle elevenes kompetanse i skrivning og lesing. Kommunikasjon vil derfor ikke bli vurdert, men måles indirekte: Når elevene løser oppgavene på prøven, må de bruke matematiske symboler korrekt slik at andre kan forstå hva de har gjort. Elevene kommuniserer ved å skrive tall og symboler.

Hovedtyngden av oppgavene er utviklet til området *Bruke og bearbeide*. Det er også utviklet oppgaver til aspektet *Gjenkjenne og beskrive*. I tillegg er det utviklet enkelte oppgaver som tester mer grunnleggende begrepsforståelse som er en nødvendig forutsetning for å kunne utvikle grunnleggende ferdigheter i regning.

Oppgavene i kartleggingsprøven for 3. trinn kan deles i fire temaer:

¹ <http://www.udir.no/Vurdering/Kartlegging-gs/>

² www.udir.no/Lareplaner/Forsok-og-pagaende-arbeid/Lareplangrupper/Rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/

³ www.udir.no/Lareplaner/Finn-lareplan/#matematikk

- **Telleferdigheter** handler om å kunne telle strukturerte og ustrukturerte mengder, telle videre fra et vilkårlig tall (både oppover og nedover), og å kunne telle med to-og-to, fem-og-fem og så videre.
- **Tallbegrep** handler om å forstå sentrale begrep som større enn, mindre enn, tallet før, nærmeste tall og så videre. Det omfatter også å kunne knytte antall til symbol, og å forstå og bruke posisjonssystemet⁴.
- **Tallrekka og tallinja** handler om å kunne plassere tall på tallinja, om tallenes innbyrdes avstand, kunne knytte antall til mengder, og bruke dette til for eksempel å sortere tall etter størrelse.
- **Regneferdigheter** handler om å kunne bruke kunnskap om tall og mengder sammen med strategier til å løse oppstilte og uoppstilte oppgaver (i aritmetikk).

Hvordan bruke resultatene som grunnlag for videre læring?

All vurdering som gis elevene underveis i opplæringen, kalles underveisvurdering og skal fremme læring. Alle elever har krav på dette. Prøveresultatene kan sees i sammenheng med annen informasjon om elevene og som del av underveisvurdering og tilpasset opplæring.

Det er særlig fire prinsipper som er viktige i arbeidet med god underveisvurdering. Disse prinsippene er også sentrale i arbeidet med prøver. Prinsippene er forskningsbaserte og er beskrevet i forskrift til opplæringsloven, kapittel 3.

FIRE PRINSIPPER

Elevenes forutsetninger for å lære kan styrkes dersom elevene

1. forstår hva de skal lære, og hva som er forventet av dem
2. får tilbakemeldinger som forteller dem om kvaliteten på arbeidet eller prestasjonen
3. får råd om hvordan de kan forbedre seg
4. er involvert i eget læringsarbeid ved blant annet å vurdere eget arbeid og utvikling

Sentrale poeng som elevene må tenke igjennom: *Hvilke mål skal jeg oppnå, hvor er jeg i forhold til disse målene, og hvordan skal jeg meg komme dit?*

Elevene skal forstå hva de skal lære, og hva som er forventet av dem

Når du jobber med prøver og vurdering, er det viktig at elevene vet hvorfor de blir vurdert, og hva som forventes av dem. Elevene må vite hvorfor det er viktig å arbeide med regning som grunnleggende ferdighet. Snakk derfor med elevene om hva som er hensikten med prøven, og hva prøven måler.

Gi tilbakemeldinger og råd om veien videre

Faglige tilbakemeldinger er en sentral del av vurdering- og oppfølgingsarbeidet. Disse skal gi informasjon om hvor eleven står, og inneholde råd og veiledning om hvordan elevene

⁴ Vi bruker termen posisjonssystemet. Alternativt kunne man skrevet titallsystemet eller plassverdisystemet. Læreplanen bruker plassverdisystemet.

kan forbedre seg. Resultatene og informasjon fra prøven kan gi deg et bilde av hva elevene mestrer, og av hva de må arbeide videre med. Denne informasjonen bør du se i sammenheng med annen informasjon du har om elevene fra før, og bør brukes i dialog med elever og foreldre.

Involver elevene

Du bør involvere elevene når du gjennomgår prøven. Det å stille elevene spørsmål om hva de tror de har fått til, og hva de bør øve mer på, kan bidra til at de reflekterer over egen læring. Etter at resultatene er gjennomgått, kan det være nyttig å la elevene være med på å reflektere over svarene sine og planlegge hva de kan gjøre for å forbedre seg.

Elevenes egenvurderinger kan gi deg viktig informasjon om hva de synes er vanskelig, og hva de må arbeide mer med. Egenvurdering kan også bidra til at elevene får et mer bevisst forhold til sine egne regneferdigheter.

HVORDAN SE DE FIRE PRINSIPPENE I SAMMENHENG MED PRØVEGJENNOMFØRING?

- Hvordan skal jeg forberede elevene på hensikten med prøven?
- Hvordan skal jeg bruke resultatene for å kunne gi faglig relevante tilbakemeldinger som fremmer videre læring?
- Hvordan skal jeg involvere elevene i det videre arbeidet med resultatene?
- Hvordan kan elevene være med og vurdere sitt eget arbeid?

2 FØR PRØVEN

Før prøven gjennomføres, er det viktig at du har satt deg grundig inn i *Instruksjon for gjennomføring*. Denne finner du i PAS. Instruksjonen inneholder det læreren skal si til elevene før og under prøven. I tillegg forklares rammene for gjennomføringen.

Gjennomføringen av kartleggingsprøven legges over to økter. Mellom øktene skal elevene ha en pause. Årsaken til dette er at de svake elevene ofte kan bli mer slitne enn de sterke elevene. Det er viktig at alle elevene får vist hva de kan på kartleggingsprøven, og at feilsvar ikke skyldes utmattelse. Det er markert i prøveheftet hvor pausen bør holdes. Dette er veiledende, men vi anbefaler at pausen ikke tas senere. Pausen bør være minst 10 minutter, gjerne med mat eller frisk luft. Prøven kan også deles over to skoledager. Til sammen vil gjennomføringen av prøven ta ca 60 minutter⁵, pause ikke medregnet.

Informasjon til foreldrene

Foreldrene skal ha informasjon om prøven i forkant av gjennomføringen.

Utdanningsdirektoratet har laget *Informasjon om kartleggingsprøver våren 2015* som blir publisert på udir.no. I tillegg bør denne informasjonen legges ut på hjemmesiden eller læringsplattformen til skolen.

Informasjonen for foreldrene er oversatt til samisk (nord-, sør- og lulesamisk) og engelsk og kan lastes ned som pdf-fil fra Utdanningsdirektoratets nettside. Informasjonen blir publisert i god tid før gjennomføringen av kartleggingsprøvene i lesing og regning.

Informasjon til elevene

Det er viktig at du gir deg god tid til å forklare hva en kartleggingsprøve er, hvorfor dere skal ha en slik prøve, og hvordan prøven skal gjennomføres.

I forkant av prøvegjennomføringen trenger du ikke å øve til prøven med elevene. Det kan være lurt å forklare at det i prøveheftet er eksempler til hver delprøve, slik at elevene skal bli trygge på hva de skal gjøre under prøvegjennomføringen. Det er viktig at elevene er klar over at du som lærer ikke har lov til å hjelpe dem med oppgavene underveis i kartleggingssituasjonen. Kartleggingsprøven skal ikke brukes til øving, heller ikke de gamle prøvene da disse inneholder mye likt som de nye.

SJEKKLISTE - FØR GJENNOMFØRINGEN

Jeg har

- ✓ satt av tid til gjennomføring av prøven
- ✓ satt meg inn i veiledningen og instruksjonen til gjennomføring av prøven på forhånd
- ✓ sørget for at foreldre er informert om gjennomføring og oppfølging
- ✓ snakket med elevene om at prøven skal være til hjelp for læreren for å gi elevene best mulig opplæring
- ✓ satt av tid i etterkant til å kunne vurdere og følge opp resultatet for den enkelte elev

3 UNDER GJENNOMFØRINGEN

⁵ Arbeidstiden for elevene er 16 minutter før pause og 12 minutter etter. Tid til instruksjoner kommer i tillegg.

Instruksjon til gjennomføring og vurderingsveiledning, som beskriver hvordan du skal gjennomføre prøven, og hvordan du skal rette prøvene, er publisert i prøveadministrasjonssystemet (PAS) (<https://pas.udir.no>).⁶ Rektor ved skolen skal gi deg tilgang til PAS.

Du må ha lest og satt deg godt inn i *Instruksjon til gjennomføring* i god tid før du gjennomfører kartleggingsprøven med elever. Du må ha med et eget prøvehefte til klasserommet som du bruker sammen med *Instruksjonen*. I tillegg vil du trenge en stoppeklokke. I instruksjonen er det oppgitt hvor lang tid elevene skal ha til å løse oppgavene på hver enkelt side. Dersom man lar elevene få bruke så lang tid de vil, vil elever med uhensiktsmessige strategier klare å løse oppgavene korrekt. Dette er elever som prøven skal fange opp siden manglende strategiutvikling er den sterkeste prediktoren på senere matematikkvansker. Tidsrammene i instruksjonen må derfor følges nøye.

4 ETTER PRØVEN

⁶ Du finner dokumentet under Prøvetype «Kartleggingsprøver grunnskolen» og Prøveperiode «Veiledninger 2015» i PAS.

I denne delen får du informasjon om hvordan du skal følge opp elevene under bekymringsgrensen.

For å måle elevenes grunnleggende ferdigheter i regning, er det utviklet oppgaver innenfor fire temaer: *Telling, tallbegrep, tallrekka og tallinja* og *regning*. Hvert av de fire temaene i kartleggingsprøven presenteres nedenfor. For hvert tema beskrives elevenes utvikling, og det gis noen konkrete elevksemppler. Videre beskrives utfordringer elever under bekymringsgrensen møter innenfor hvert tema, og det blir gitt noen forslag til aktiviteter som kan hjelpe elevene med å mestre disse utfordringene.

Etter temaene finner du beskrivelser av tre elever (elevportretter) med svært ulike resultater på kartleggingsprøven. Disse portrettene er skrevet med utgangspunkt i besvarelsene til elever som deltok i pilotering i utviklingsfasen av kartleggingsprøven. Portrettene forteller om hva elevene har vist at de mestrer og ikke mestrer på prøven. For hvert av elevportrettene gis det forslag til videre oppfølging av eleven.

Oppfølging av elever under bekymringsgrensen

Kartleggingsprøven i regning fokuserer på tallforståelse og regneferdighet. Dette er nødvendige bygggestener for å tilegne seg grunnleggende ferdigheter i regning og for å lære matematikk. Resultatet fra kartleggingsprøven i regning for 3. trinn skal brukes som utgangspunkt for samtale med elev og foreldre i planlegging av videre oppfølging av eleven. I samarbeid kan dere sette opp prioriterte læringsmål for videre arbeid. Snakk sammen om hvordan eleven kan nå målene som settes. Det er viktig å fokusere på noen få, realistiske mål om gangen.

Når du tolker elevsvarene, er det viktig å se hele prøven under ett. Vær varsom med å trekke slutninger basert på svar på en enkelt oppgave. Det kan være mye informasjon å hente ved å studere heftet til eleven. Se etter blyantmerker på tallinjer og figurer, se også på notater eller kladd som eleven har gjort i margene eller på eget ark. Dette kan gi tilleggsinformasjon om hvordan eleven tenker. Er du i tvil, snakk med eleven og spør om eleven husker hvordan han/hun tenkte.

Prøven bør gjennomgås individuelt med elever like over og under bekymringsgrensen. Vurder om elever under bekymringsgrensen har utbytte av å få hele prøven gjennomgått. Velg eventuelt ut noen sider som gjennomgås med eleven. Dette bør være sider med innhold som er innenfor elevens nærmeste utviklingssone. For elever som skårer langt under bekymringsgrensen (se portrettet av Jan), kan det oppleves som vanskelig om læreren blar gjennom hele heftet og man får se alle de oppgavene man ikke har fått til eller ikke svart på. Da kan det være greit å velge noen få sider som gjennomgås med eleven.

Husk at det er mulig å lage «kurs» med grupper av elever for å arbeide videre med spesifikke begreper eller ferdigheter som alle i gruppa strever med. Det kan bety at en elev er med på ett kurs, mens en annen elev er med på flere kurs.

Forslag til spørsmål til elever under bekymringsgrensen:

- Kan du vise meg den siden i prøven du synes var den morsomste?
- Var det noen oppgaver som du ikke forsto hvordan du skulle løse?
- Hvilke oppgaver var vanskelige?
- Hvilke oppgaver gikk greit?

Elever under bekymringsgrensen bruker ofte lang tid fordi de har uhensiktsmessige strategier, svake begreper eller for omfattende kontrollstrategier. Dette ønsker vi å fange opp med kartleggingsprøven, og derfor gjennomføres prøven med tidsgrenser og uten hjelpemidler. Etter at prøven er rettet, kan man legge til rette for at elevene får løse oppgaver de ikke svarte på da prøven ble gjennomført. Rett i så fall prøven først, og la deretter elevene sitte i fred og ro og løse resten av oppgavene med en fargeblyant. Nå kan de gjerne få bruke hjelpemidler. Elevene har allerede hørt instruksjonen og kan se på eksemplene i prøven. For mange er dette nok til at de klarer å arbeide selvstendig med resten av oppgavene. Elevene kan IKKE få lov til å rette opp feilsvar.

De elevene som får til minst, vil ha lite utbytte av å arbeide selvstendig med oppgavene i prøven, og dette tilrådes derfor ikke. En mulighet er at eleven sammen med lærer løser de oppgavene han/hun ikke rakk på prøven. Da har lærer god anledning til å stille oppfølgings spørsmål og få ekstra informasjon om hva eleven forstår, og hva han/hun strever med. Dette kan være først ledd i videre kartlegging.

Utvikling av begreper og ferdigheter

Elever med svake tallbegreper har ofte svake ferdigheter i telling og tallregning. Elever som strever med å telle, har ofte svak begrepsforståelse knyttet til tall.

Elevene har med seg begreper og ferdigheter når de kommer til skolen. Gjennom tidlig språkutvikling og telling har de tilegnet seg viktig kompetanse som utgjør grunnlaget for grunnleggende ferdigheter i regning og for å lære matematikk. Forståelse knyttet til begreper som for eksempel større enn, mer, eller tallordene og telleferdigheter er redskaper for videre læring.

Allerede ved skolestart kan lærere observere at elevene har ulike ferdigheter. Mens noen elever ikke kan telle forbi fem, kan andre elever addere tall i området 0 – 100. Forskjellen mellom elevene vokser i de tidlige skoleårene. Hensikten med kartleggingsprøvene er å avdekke mangler slik at man kan arbeide bevisst med å øke begrepsforståelse og regneferdigheter hos de elevene som får til minst.

Det er ikke én vei frem til grunnleggende ferdigheter i regning – elevene har individuelle utviklingsløp, men det er noen fellestrekk. For at elevene skal bli dyktige regnere, er det to «grunnpillarer» som må på plass: de må kunne telle sikkert og fleksibelt, og de må ha godt tallbegrep. De første årene på skolen er grundig arbeid med telleaktiviteter svært viktig for elevenes utvikling. Telling er nødvendig for å utvikle elevenes tallforståelse, i tillegg bruker elevene i stor grad tellestrategier til oppgaveløsning. De fleste elevene vil utvikle mer effektive og fleksible strategier etterhvert som de blir flinkere til å telle og får bedre tallforståelse. Noen elever stagnerer, det vil si at de fortsetter å bruke enkle strategier. Disse

elevene står i fare for å utvikle matematikkvansker. Det er derfor viktig å hjelpe elevene videre fra naive og rigide tellestrategier til mer effektive strategier og en mer fleksibel strategibruk.

Noen få av elevene som strever med matematikk, har spesifikke matematikkvansker. For elever med spesifikke matematikkvansker bør det vurderes om det er behov for ekstra oppfølging også utenfor rammen av tilpasset opplæring, jamfør opplæringslova. I henhold til rundskriv F-04-13 plikter skolen å vurdere utbyttet av opplæringen før henvisning til PPT og eventuelt vedtak om spesialundervisning. Kartleggingsprøven kan inngå i en slik vurdering.

Noen av elevene som skårer under bekymringsgrensen, har generelle matematikkvansker. For disse elevene skal tiltak planlegges innenfor rammen av tilpasset opplæring som et ledd i tidlig innstans. Elever med generelle matematikkvansker kjennetegnes ved svak begrepsforståelse og naiv og rigid strategibruk. Fordi uhensiktsmessig strategibruk gir dårlig grunnlag for videre læring, kan dette føre til vansker med matematikk senere i skoleløpet dersom tiltak ikke settes inn (se for eksempel Lunde, 2008 eller Ostad, 2008 og 2010).

Første del av kartleggingsprøven (før pausen) måler i hovedsak begrepsforståelse og telleferdigheter. Andre del av prøven måler i hovedsak tallregning (addisjon og subtraksjon). Elever under bekymringsgrensen bruker ofte tellestrategier for å løse oppgaver i tallregning. For å fange opp disse elevene har hver side fått en tidsramme. Tidsrammen er satt slik at elever som bruker uhensiktsmessige og lite effektive strategier, mest sannsynlig ikke blir ferdig med alle oppgavene på siden innenfor tidsrammen. I første del av prøven er tidsrammen romsligere.

Det er viktig å arbeide parallelt med å utvikle elevenes begreper og ferdigheter. De svakestelevene trenger å få bruke mye tid på

- å utvikle godt tallbegrep (for eksempel nærmeste tall, sortere tall og like mange)
- å jobbe i hele tallområdet 0-100: dette er viktig for å forstå hvordan posisjonssystemet er bygget opp med enere og tiere
- å jobbe i tallområdet 0-1000, for å utvide kunnskapen om posisjonssystemet
- å utvikle egen strategibruk knyttet til addisjon: svake elever trenger hjelp og støtte til å gå fra «telle alt»-strategier til «telle-videre»-strategier, og etter hvert til å bruke kunnskaper om tall og tallfakta som grunnlag for regning
- å utvikle egen strategibruk knyttet til subtraksjon: å gå fra tellestrategier til å bruke kunnskaper om tall og tallfakta som grunnlag for regning
- å arbeide med konkrete og knytte dette til gruppetelling som grunnlag for å forstå multiplikasjon

De aller svakeste elevene på 3. trinn trenger fortsatt å få arbeide med telleaktiviteter, sammenligne mengder og å koble mengde til tallsymbol.

Temaene nedenfor og elevportrettene gir noen forslag til det videre arbeidet for elevene.

Forslag til videre lesning

- *Matematikkvanskeligheter*

Telling

Gode telleferdigheter er svært viktig for utvikling av tallforståelse, regneferdigheter og strategier knyttet til oppgaveløsning. For å bli flinke tellere trenger elevene en grunnleggende forståelse av fem prinsipper: Elevene må kunne tallrekka (navnene på tallene) og vite at tallene har en bestemt rekkefølge. De må også forstå én-til-én korrespondanse, det vil si at hver ting skal telles én og bare én gang, og at det ikke har noe å si hvilken rekkefølge tingene telles i. I tillegg må elevene lære at det er det siste tallet som representerer mengden som er telt.

Eleveksempler

Foran **Dag** ligger to tiere, en femmer og tre kronestykker. Dag holder ti fingre foran seg mens han teller én og én til ti. Så fortsetter han mens han "vipper" på én og én finger til 20. Han stopper opp, holder opp en hånd med fingrene spredd ut og teller videre 21, 22, 23, 24, 25. Så peker han på de tre kronestykkene og teller 26, 27, 28.

- Dag viser at han kan telle opp myntene, men han bruker ikke de strukturerte gruppene til å telle med ti og fem. Samtidig viser Dag at han klarer å holde oversikt over tellingen.

Klassen arbeider med tallrekker. Læreren skriver 5, 10, 15, 20 på tavla. **Lisa** skal telle videre. Hun teller 5, 10, 15, 20, 30, 40.

- Lisa klarer ikke å kjenne igjen mønstret i tallrekka læreren skriver på tavla. Kanskje ser hun bare på det siste tallet.

Før elevene har skjønnet hvordan tallsystemet er bygd opp, med tiere og enere, vil tallene fremstå som en lang rekke vilkårlige tall og lyder. Tieroverganger kan være vanskelig for mange elever. Tallene fra 11-20 følger ikke det «vanlige» muntlige mønstret (tjue-en, tjue-to..., førti-en, førti-to, osv), men har en egen logisk struktur. For å oppdage sammenhenger og mønstre i tallrekker, er det viktig at elevene jobber med tall opp til hundre. God tallforståelse for tallene opp til 100 vil si at elevene kan telle videre (både opp og ned), over tiere, med to og to, med fem og fem, og med ti og ti fra hvilket som helst tosifret tall.

God tallforståelse hjelper elevene til å telle sammen ulike strukturerte grupper, slik som Dag forsøker. Mens Dag teller med en, vil en elev med god tallforståelse kunne ta utgangspunkt i at to tiere er tjue, og telle 20, 25, 28. Til god tallforståelse hører det også med å vite at gruppene ikke må telles i en bestemt rekkefølge.

Utvikling av telleferdigheter

Mange elever bruker fingrene for å telle, noe som fungerer som en god strategi i ung alder. Telling på fingre kan også være noe elever gjør for å koble det konkrete og det abstrakte. Det er vanlig at elevene gradvis går fra å telle på fingerne til å telle muntlig, «nikketelle» eller telle på en mental tallinje på 2.- 3. trinn. Dette gjør det enklere for eleven å bruke hoderegningstrategier – noe som er grunnlaget for matematisk kompetanse. Elevene blir etter hvert mer og mer trygge på prinsippene for telling som er nevnt ovenfor, og de blir sikrere og mer nøyaktige når de praktiserer dem. Elevene lærer etterhvert å telle både oppover og nedover, med to og to, fem og fem og ti og ti.

Erfaringer elevene får når de teller for å løse problemer og oppgaver, fører til at de automatiserer tallfakta, som for eksempel at $2 + 3$ er fem. Mangelfull forståelse av telling kan være til hinder for utviklingen av tallforståelse. Dårlige telleferdigheter er knyttet til senere vansker med regning. Selv om barn med matematikkvansker ofte kan og forstår de viktigste prinsippene ved telling, som for eksempel tallrekken og én-til-én korrespondanse, kan de ha problemer med å forstå at rekkefølgen ting telles i er irrelevant. Dette gir en mangelfull forståelse av og ferdighet i telling.

Veien videre

Før videre arbeid kan starte, er det viktig å få mer utfyllende kunnskap om hvordan eleven teller, enn det kartleggingsprøven kan gi. I en én-til-én situasjon med eleven kan man observere hvordan eleven løser telleoppgaver, og samtale om det man ser. Hvor langt kan eleven telle? Kan eleven holde oversikt over tellingen uten å bruke fingrene eller berøring av konkreter? Kan eleven telle inne i seg? Kan eleven telle opp og ned fra et vilkårlig tall, telle over tierne, over hundre, telle med to og to, fem og fem, ti og ti og så videre? La eleven forklare og still oppfølgingsspørsmål. Gjennom samtalen får man innsikt i hvordan eleven tenker, og i elevens forståelse av telling. Hensikten med samtalen er å gi eleven innsikt i egne telleferdigheter og hva man skal arbeide videre med for å bli en sikker teller.

Involver gjerne foreldrene i oppfølgingen av eleven. Eleven må få mulighet til å arbeide med å telle opp både ustrukturerte og strukturerte grupper. Bruk gjerne konkreter (for eksempel mynt), tallinje (med markeringer og tom tallinje) og hundrekart for å støtte tellingen. Målet er at eleven skal etablere en egen indre tallinje og forstå strukturen i tallrekka (se temaene *Tallbegrep* og *Tallrekka og tallinja*).

Telling brukes ofte som strategi for å løse oppgaver og praktiske problemer. Mange elever fortsetter å bruke enkle tellestrategier for å løse oppgaver i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon. Dette er omtalt under temaet *Regning* (side 19).

Forslag til videre lesing⁷

- Tall og tanke, kapittel 3
- Matematikk på småskoletrinnet
- Alle teller, del B

⁷ Forfatter og forlag er oppgitt i litteraturliste bakerst i dokumentet.

Tallbegrep

God forståelse av matematiske begreper er en av de viktigste forutsetningene for å utvikle grunnleggende ferdigheter i regning. Begreper som for eksempel antall, størst, flest, færre, to mindre, hvor mange, mellom, under og over er viktige begreper knyttet til språkutvikling generelt og til utvikling av elevens matematiske språk spesielt. Begrepene må knyttes til tallene, både tallsymbol og tallord. Gjennom erfaring med telling lærer barn for eksempel at fem er nøyaktig én mer enn fire. Fem er større enn tre, to er færre enn fire og så videre.

Utvikling av tallbegrep starter med å forstå begrepene ovenfor, noe de fleste elevene gjør ved skolestart. I tillegg må elevene forstå kvantitet, det vil si at tallene refererer til mengder. Ofte er språkbruk knyttet til tall og tallbehandling preget av situasjonen vi snakker om, noe som kan være utfordrende for elevene. Et stort tall er for eksempel ingen entydig størrelse. Noen ganger er et stort tall en million. Andre ganger kan ti være et stort tall.

Godt tallbegrep innebærer også å kunne forstå og bruke ulike uttryksformer. En mengde med fem epler kan representeres ved (uttrykkes som) ordet "fem", fem streker |||| eller tallsymbolet 5. Elevene må også kunne oversette mellom representasjonene.

Tallene har egenskaper. To tall som legges sammen, blir et nytt tall. Du kan finne differansen mellom to tall ved å trekke det ene tallet fra det andre. Tall kan halveres og dobles.

Eleveksempler

Tanja legger sammen 8 og 9 og skriver 71 i kladdeboka.

- Speilvender Tanja ofte tallene? Vanligvis kjenner elever på 3. trinn til hvordan vi skriver tall. Noen elever med dysleksi strever med leseretningen når de leser og skriver tall. Fokus på hvordan vi skriver tall, kan være til hjelp for elevene.

Trine og **Kaia** har en tier og fire kronestykker og er på vei til kiosken. De skal dele pengene likt mellom seg. Trine er usikker på hvordan de skal gjøre det. Hvis hun gir venninnen kronestykkene, blir hun kanskje lei seg fordi hun får minst.

- Trine ser ikke at tieren kan deles inn i mindre grupper. Ville hun vært usikker om de skulle ha delt ti kroner?

Klassen arbeider med plassverdi og bygger tall av unifix-klosser. Læreren spør **Jens** om han vet hvor mange tiere det er i 34. Jens svarer at i 34 er det to tiere og en fjorten.

- Jens kan dele 34 opp i grupper, og han kan angi verdien på hver gruppe uten at grupperingen nødvendigvis stemmer med inndelingen i posisjonssystemet. Læreren bør følge opp svaret til Jens med å spørre om han kan dele opp 34 på andre måter, eller om 14 kan deles i tiere og enere. Har Jens misforstått oppgaven, eller strever han med plassverdi?

Godt tallbegrep bygger på god forståelse av posisjonssystemet, tallenes oppbygning og verdien av sifrene i tallet. Det hjelper også elevene til å dele opp tallene på ulike måter. Etter hvert som denne forståelsen utvikles, vil ikke lenger tallet 23 kun bli sett på som 23 enheter, men også som en sammensetning av de to delene 20 og 3, eller 2 tiergrupper og 3 enere.

For elever med svak forståelse av tallenes oppbygning (tiere og enere), vil oppgaver som $70 + _ = 72$ være like krevende som $34 + _ = 72$. Fleksibelt tallbegrep er helt nødvendig for å kunne regne effektivt med flersifrede tall.

Elever som strever med forståelse og bruk av posisjonssystemet, vil møte store utfordringer når de skal regne med addisjon og subtraksjon med flersifrede tall.

Utvikling av tallbegrep

Utvikling av tallbegrep starter med tidlig språkutvikling og erfaringer med telling. Elevenes vokabular utvikles, og språklige begreper knyttes til matematiske relasjoner og innhold.

Etterhvert knytter elevene tall til mengder. Når elevene først møter tallene, ser de på tallet som en helhet, og de refererer tallet til hele mengden uavhengig av hvor mange sifre tallet har. Sifrene i flersifrede tall har hver for seg ingen mening for elevene, og de bruker ikke posisjonssystemet for å lese eller uttrykke at det enkelte siffer refererer til en verdi. Først når de har utviklet forståelse for posisjonssystemet, har elevene tilstrekkelig kompetanse til å bruke tallene fleksibelt. De kan nå dele opp tallet i enere og tiere, vet hvilke verdier de ulike sifrene representerer, og ser på hele tallet som summen av delene. Da har elevene godt grunnlag for å utvikle egne metoder for tallregning (med flersifrede tall) og for å tilegne seg og forstå algoritmene for de fire regningsartene.

Mange av de elevene som strever med å utvikle tallbegrep, ser på tallene som en uendelig, endimensjonal tallrekke der sifrene i tallene ikke har betydning hver for seg. Som en konsekvens blir det vanskelig å lese, skrive og bruke store tall. Elever med svakt tallbegrep vil ha svakt grunnlag å bygge på når de skal regne med flersifrede tall. Mange av disse elevene bruker enkle tellestrategier som «telle alt»-strategier (se temaet *Regning* nedenfor).

Veien videre

For de aller svakeste elevene kan det videre arbeidet starte med å kartlegge elevens forståelse av ord som størst, minst, flest, færrest. Forsøk også å finne ut hvor store tall eleven kan se for seg og knytte en konkret mengde til. For de fleste elevene under bekymringsgrensen er det viktig å få øve på å lese og skrive store tall.

For mange elever er det et stort sprang fra det å telle til 23 til det å forstå at 23 består av 2 tiere og 3 enere. Elevene trenger mange og allsidige utfordringer knyttet til sifferverdi. Konkretiseringsmaterieell som fokuserer på oppdeling av tall i tiere og enere (abakus⁸, unifix-klosser, penger, og så videre) kan brukes til å bygge tall. De samme tallmengdene bør også tegnes og skrives som addisjon. Et hundrekart kan brukes til å utforske tallenes struktur. Ved å undersøke hva som skjer når man hopper oppover, nedover og på skrå, kan elevene tilegne seg forståelse for tallenes oppbygning.

Det er viktig at elevene veksler mellom ulike representasjonsformer. Om det fokuseres på tiere og enere kun i sammenheng med utregning og oppstilling, blir fokus i for stor grad rettet mot opppgaveløsning. Det gir færre muligheter til å utvikle god begrepsforståelse.

Forslag til videre lesing

- Alle teller, del B om posisjonssystemet
- Tall og tanke, kapittel 3
- Hvorfor tall går i ball, kapittel 4 og 5

⁸ Velg en modell med plass til ni kuler i hver posisjon så overgangene konkretiseres.

- GLSM, kapittel 5
- Matematikk på småskoletrinnet, kapittel 3 og 6

Tallrekka og tallinja

Det er svært viktig at elevene har god kjennskap til tallrekka. Dette innebærer at elevene kan navnet på tallene og strukturen i tallrekka. I tillegg må elevene være trygge på å sortere tall etter størrelse, runde av tall og kjenner tallenes innbyrdes avstand til hverandre. Etter hvert vil elevene etablere en mental tallinje som kan brukes til oppgaveløsning. I kartleggingsprøven kommer dette til uttrykk ved at elevene effektivt kan plassere tall og mengder rett sted på tallinja, og at de kan identifisere for eksempel nærmeste tier.

I matematikkundervisningen bruker man ofte ulike tallinjer for å vise strukturen i tallrekka og som hjelpemiddel for tallregning. For å kunne bruke tallinja fleksibelt til regning kreves det at elevene har god tallforståelse. Da vil elevene kunne bevege seg opp og ned på tallinja, og bruke markeringene på linja for eksempel ved å telle videre fra 10.

Eleveksempler

Martin skal merke av hvor 23 er på en tallinje der bare tierne er markert. Han setter merket midt mellom 20 og 30.

- Avmerkingen som Martin gjør, kan tyde på at han er usikker på om 23 er nærmest 20 eller 30, og ikke helt forstår tallenes innbyrdes avstand til hverandre. Svak forståelse av tallinja har ofte sammenheng med svak tallforståelse. Andre tegn på svak forståelse av tallinja kan være at eleven alltid teller fra 0 og teller med én og én oppover for å finne frem til riktig tall på tallinja.

Klassen til **Fazilat** arbeider med begrepet nærmeste tall. Fazilat sier at 400 er nærmeste hundrer til 315.

- Fazilat strever med begrepet nærmeste tall. Hun tror nærmeste tall alltid er et større tall. Mange elever strever med språklige begreper som nærmeste og færre. I undervisningen må man fokusere på både det språklige og det matematiske begrepet.

Anders har en tallinje teipet fast på pulten sin som han bruker som støtte for tallregning. Han skal regne $15 - 3$. Anders setter fingeren på 15 og sier en, så flytter han seg nedover tallinjen og teller to mens han peker på 14, og tre mens han peker på 13.

- Anders strever med å bevege seg langs tallinja som representasjon for operasjonen han skal utføre ($15 - 3$). Anders trenger støtte for å kunne bruke tallinja som hjelpemiddel for tallregning.

Utvikling av forståelse av tallrekka

Forståelse av tallrekka og tallinja starter med å lære seg tallordene, tallsymbolene og i hvilken rekkefølge de står. Dette bygger på kunnskap om telling. Etter hvert forstår elevene hvor store intervaller det er mellom tallene, som at alle femmere er midt mellom to påfølgende tiere. De forstår at 23 er nærmere 20 enn 30. De forstår også at et segment av en tallinje kan begynne med andre tall enn 0, og at den kan ha andre inndelinger enn 1. Elevene vil kunne bruke kunnskap om tallrekka og verdien til tallene til å orientere seg og plassere tall på tallinja.

Etter hvert vil elevene utvikle en mental tallinje som de kan bruke til å telle opp og ned og til å løse oppgaver (mer om dette i *Regning*). Videre utvikling innebærer at elevene går fra å bevege seg oppover og nedover på tallinja til å bruke tallinja fleksibelt i problemløsning.

Elevene bruker den mentale tallinja når de sorterer tall etter størrelse. Når de kjenner strukturen på tallinja, kan de bruke denne til å avgjøre avstanden mellom to tall, for eksempel om 18 er nærmeste 15 eller 20. Utvikling av mental tallinje avhenger av at elevene får jobbe med både små og store tall.

Veien videre

Videre arbeid kan begynne med å undersøke hvor god kjennskap eleven har til tallrekka. For de aller svakeste elevene kan man for eksempel la eleven telle videre fra et vilkårlig tall, både oppover og nedover. For alle elevene under bekymringsgrensen bør man ta utgangspunkt i oppgavene i kartleggingsprøven og la eleven forklare hvordan han/hun har sortert tall etter størrelse og bestemt hvor stort intervall det er mellom to tall.

Undersøk også hvilke tallstørrelser eleven kan plassere på tallinjer. Se etter om eleven teller opp én og én til ønsket tall, eller om eleven bruker markeringene på tallinja. Hvor fin inndeling må det være på tallinja for at eleven skal kunne plassere tall på rett sted? Videre arbeid kan handle om å la eleven få erfaring med å bruke ulike tallinjer (med ulike markeringer), plassere tall på tallinja, lese av tall og telle oppover og nedover på tallinja, gjerne med ulike intervaller.

Når elevene arbeider med å sortere tall etter størrelse eller å finne nærmeste tall, må de bruke sin egen mental tallinje. Det kan være stimulerende for elevenes utvikling å arbeide med slike konkrete både med og uten støtte av en fysisk tallinje. Omfattende og konsekvent bruk av visuelle representasjonsformer som tallinja kan gjøre det enklere for eleven å forstå tall og tallregning. Det er viktig at slike representasjonsformer knyttes til de matematiske symbolene. Bruk av tallinjer i klasserommet kan stimulere eleven til å utvikle egen mentale tallinjer som han/hun kan bruke i tallregning. Anders strever med å bruke tallinja på pulten sin korrekt. Det er viktig at han forstår både hvorfor og hvordan vi bruker hjelpemidler og representasjoner.

På kartleggingsprøven undersøkes det ikke om eleven kan bruke tallinja som hjelpemiddel i tallregning. Tallinja kan være et godt hjelpemiddel i arbeidet med å tilegne seg grunnleggende ferdigheter i regning. Se forslag til videre lesing nedenfor.

Forslag til videre lesing

- Tall og tanke – den tomme tallinja, kapittel 3 og 5.
- Dyskalkulia, kapittel om tallsystemet

Regning

For å få gode regneferdigheter er det viktig med godt tallbegrep og kunnskap om tallrekka. Å forstå oppdeling av tall i tiere og enere, ha kjennskap til tiervenner (og andre tallvenner) og å kunne doble og halvere tall er forutsetninger for å kunne utvikle gode regnestrategier. Videre er gode telleferdigheter og telling opp og ned til hundre en sentral del av grunnlaget for ferdigheter i tallregning.

Mange svake elever strever med addisjon og subtraksjon. Forskning viser at subtraksjon er spesielt vanskelig. Dette skyldes i stor grad at svake elever har svak begrepsforståelse. Svake elever bruker som regel naive og rigide strategier for å gjennomføre beregninger slik som Anna i eksempelet nedenfor. De teller istedenfor å regne. Sannsynligvis skyldes dette sammenhenger mellom tallbegrep, telling og automatisering av tallfakta.

Eleveksempler

$$3 + 5 = \underline{\quad}$$

Anna teller først opp tre fingre på venstre hånd. Så teller hun opp fem fingre på høyre hånd. Til slutt teller hun alle fingrene og får åtte.

- Annas strategi kalles en "telle-alt"-strategi. Det tar lang tid, og for svake tellere er det fort gjort å telle feil. Telle-alt strategier er også lite hensiktsmessige når elevene skal arbeide med flersifrede tall. Elever som har tilegnet seg tallfakta, vet at summen av tre og fem er åtte.

$$17 + 5 = \underline{\quad}$$

Lin "fyller opp" til hel tier ved å regne $17 + 3$. Da vet hun at det er to igjen av femmeren, og at summen er 22.

- Lin bruker kunnskapene sine om tall og regnestrategier for å løse oppgaven. Hun vet for eksempel at tall kan deles i grupper.

$$15 - 6 = \underline{\quad}$$

Mikael teller opp fra seks for å finne differansen mellom seks og 15. Fordi han teller 1 når han holder opp seks fingre, kommer han frem til at differansen er ti.

- Mikael bruker en "telle-opp" strategi for å løse subtraksjonsoppgaver. Dette kan være en god strategi dersom den kombineres med bruk av tallfakta. Mikael strever med å bruke strategien korrekt. Mange svake elever gjør feil når de bruker telle-strategier, enten fordi de teller feil, eller fordi de strever med å bruke strategien.

Målet med undervisningen er at elevene skal gå fra tellestrategier til regnestrategier. I tillegg er det viktig at elevene automatiserer tallfakta. Automatiserte tallfakta gjør regningen enklere for elevene ved at den kognitive belastningen minker fordi elevene slipper å bruke tid og krefter på telling. Det er også lett å miste oversikten over hva som er telt, og hva som gjenstår å telle, om man for eksempel skal regne $25 + 13$ på ti fingre. Hvis en elev gjør det svakt på sidene med addisjon og subtraksjon i kartleggingsprøven, kan det tyde på at eleven har svake regnestrategier, for eksempel at eleven bruker «telle-alt»-strategier på addisjonsoppgaver. Tidsbegrensningen på disse sidene er satt slik at svak strategibruk mest sannsynlig vil føre til at eleven ikke rekker å gjøre alle oppgavene. Det er viktig å kartlegge elevenes strategier, siden strategiutvikling er svært viktig for utviklingen av elevenes regneferdigheter.

Utvikling av regnestrategier

Fra "telle-alt"-strategier for addisjon er det vanlig at elevene etter hvert lærer "telle-videre"-strategier. Til å begynne med kan det bety å telle videre fra det tallet som er oppgitt først, men etter hvert bør elevene telle videre fra det største tallet. Dette er rasjonelle strategier, og å telle videre fra det største tallet er mer effektivt og fleksibelt enn en "telle-alt"-strategi. Etter hvert som elevene har gjort mange erfaringer med å telle, vil de huske at $3 + 5$ er åtte, og lagre dette som et tallfakta som senere kan hentes frem fra langtidsminnet. Målet er at elevene skal bruke tallfakta sammen med effektive tellestrategier for å løse oppgaver. Da kan $8 + 7$ for eksempel løses ved at eleven tenker at $8 + 7$ er én mer enn $7 + 7$, altså 15.

Elevene utvikler også strategier for de andre regneartene. Mange elever bruker "telle opp"- eller "telle ned"-strategier for subtraksjon. "Telle ned"-strategier er krevende fordi det krever telling av to rekker samtidig: Man må telle ned fra det ene tallet til det andre og samtidig telle opp det antallet som skal telles ned. Noen elever løser subtraksjonsoppgaver ved å trekke fra "litt av gangen". Etter hvert vil elevene kunne løse subtraksjonsoppgaver ved å løse et enklere problem og bruke det som utgangspunkt for å finne svar på den opprinnelige oppgaven, eller ved å bruke en kombinasjon av tallfakta og strategier.

Mange elever forstår multiplikasjon som gjentatt addisjon og løse multiplikasjonsoppgaver ved å telle opp, enten ved å gruppetelle eller ved å telle med en og ved hjelp av fingrene. Arbeid med multiplikasjonstabellene kan hjelpe elevene med å lagre tallfakta som at $4 \times 6 = 24$. Mange elever trenger hjelp til å forstå at det samtidig betyr at 24 kan faktoriseres i 4×6 .

Manglende strategiutvikling er den sterkeste prediktoren på senere matematikkvansker. Det betyr at når en elev fortsetter å bruke "telle-alt"-strategier når andre elever har gått over til å bruke "telle-videre"-strategier og tallfakta-kunnskap, er dette et faresignal. Det er sannsynlig at denne eleven ikke har den utviklingen av grunnleggende regneferdighet som vi forventer, og eleven kan utvikle generelle matematikkvansker. Elever med matematikkvansker strever også i større grad enn andre elever med å telle for å finne svar på enkle addisjonsoppgaver (sum av to tall under ti). Denne forskjellen øker med økende alder.

Veien videre

For videre oppfølging er det nødvendig å kartlegge hvordan elevene løser addisjons- og subtraksjonsoppgaver, både oppstilte oppgaver og oppgaver med en kontekst. Hvis eleven teller, hvordan teller eleven? Bruker eleven samme løsningsmetode (tellestrategi) på alle oppgaver? Hvilke tallfakta kan eleven?

Det kan være fordelaktig å hjelpe eleven til å automatisere tallfakta. Øktene som settes av til dette, bør være relativt korte. Lekpreget øving, som terningsspill, eller andre spill tilrettelagt for å trene tallfakta i et bestemt tallområde, kan brukes for å øke motivasjonen hos eleven. Hensikten med aktiviteten bør være klar for eleven.

Elevene bør også få anledning til å automatisere tallfakta som forteller om differanser mellom tall, som for eksempel at $5 - 2 = 3$, og at $5 - 3 = 2$. Slik innsikt vil også gi elevene mer kunnskap om relasjoner mellom tall. Mange øver mye på tall i gangetabellene. Husk at det kan være til stor hjelp for elevene senere i skoleløpet at man også hjelper dem til å kunne gangetabellen "baklengs", det vil si at de også lærer seg tallfakta som at 21 er det samme som tre ganger sju.

Læreren kan hjelpe eleven fremover mot variert og effektiv strategibruk ved å demonstrere strategier og hvordan de brukes. Eleven trenger både å se ulike strategier og bruksområder og å få trene på dem med varierende grad av støtte. For å hjelpe eleven til strategiutvikling må undervisningen rettes mot å hjelpe eleven videre til neste trinn. Dersom eleven bruker en "telle-att"-strategi, må målet i første omgang være å hjelpe eleven til en tellestrategi der eleven teller videre. Man kan for eksempel lære eleven å identifisere det største og minste tallet i et addisjonsstykke. Eleven må få øve på å starte fra det største tallet og ved hjelp av fingrene telle det antallet som det minste tallet representerer. For eksempel kan $3 + 5 = _$ løses ved å finne det største tallet (5) og det minste tallet (3). Læreren peker på og sier det største tallet (5) og teller videre på tre fingre, 6, 7, 8.

Subtraksjon er svært krevende for svake elever. Sannsynligvis er det enklest for elevene å starte med "telle opp"-strategier for å arbeide med intervaller mellom tall. Bruk gjerne konkretiseringsmateriell slik at elevene kan se at differansen mellom tre og fem er to fordi to pluss tre er fem.

Forslag til videre lesing

- Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring, hele boken
- Hvorfor tall går i ball, kapittel 7
- Tall og tanke, kapittel 5
- Dyskalkuli, kapitlet Fakta om räkning og tankestrategier
- Matematikk på småskoletrinnet, kapittel 7

Elevportretter – Adam, Leonora og Jonnah

Nedenfor finner du tre elevportretter som illustrerer hva en elev under, langt under og godt over bekymringsgrensen har fått til på prøven. Elevportrettene er skrevet med utgangspunkt i tre elever som deltok i utprøvingen av de nye kartleggingsprøvene. Svarmønstre, feilsvar og strategier som kan observeres, er brukt som signaler om begrepsforståelse eller regneferdighet.

Adam - like under bekymringsgrensen

Svarene til Adam viser at han behersker telling og summering av enheter og grupperte mengder. Han kan også halvere konkrete mengder. Når han møter tall og mengder som omfatter store tresifrede tall, kan det se ut som at han er mer usikker. Kanskje har Adam lite erfaring med å regne store tall i hodet. Det kan også tenkes at det blir for mye for Adam å holde styr på når det blir mange siffer i tallene han skal håndtere.

Adam viser at han kan knytte tall og mengder til rett sted på tallinja, også store tall. Svarene hans tyder på at Adam kan avgjøre hvilken tier eller hundrer ett tall er nærmest når avstanden er liten. Dersom tall ligger midt i et intervall, er dette mer utfordrende for ham. Adam kan sortere tall i riktig rekkefølge, men han strever med å telle på andre måter enn med én og én eller to og to. Svarmønstre i prøven tyder på at posisjonssystemet er delvis etablert hos Adam. Han har for eksempel svart riktig på flere oppgaver der han skal bestemme verdien til sifre i tall. Noen elever klarer å bestemme sifferverdi på tosifrede tall ved å systematisk tenke tier til venstre og ener til høyre, uten helt å forstå begrepet sifferverdi. Læreren til Adam kan snakke med Adam om disse oppgavene for å finne ut hvordan han tenker.

Adam kan addere og subtrahere en- og tosifrede tall i området 0 – 20, men ikke i området 20 – 100. På oppgavene med store tall blir sifferet på tierplassen feil. Dette kan tyde på at Adam forsøker å bruke kunnskap om tall til å løse oppgavene, men at han strever med tieroverganger. Det kan også være at Adam teller. For en rask teller er det enkelt å løse oppgaver i området 0 – 20. Mange elever bruker en kombinasjon av tallfakta og tellestrategier når de løser oppgaver med større tall. Dette er et tegn på fleksibel strategibruk. Det er ingen streker eller merker i heftet til Adam som kan gi informasjon om hvordan han har løst oppgavene. For å finne ut dette må læreren snakke med Adam om strategibruken hans. Kanskje er Adam på vei til å utvikle mer fleksible strategier, men trenger mer støtte.

Svar i prøven kan tyde på at Adam har forstått strukturen i tallrekka, men at han strever med å bruke den til å løse oppgaver. Det er også svarmønstre som tyder på at Adam har liten forståelse for likhetstegnet, og at han i liten grad kan bruke relasjoner mellom tall til å løse oppgaver. Helhetsinntrykket fra prøven er at Adam arbeider mekanisk. Dette kan tyde på at deler av den grunnleggende begrepsforståelsen mangler. Dette må sees i sammenheng med Adams strategibruk når veien videre planlegges.

Veien videre for Adam

Adam har fått mye til på kartleggingsprøven, men svarene hans viser at det er mangler i begrepsforståelse og strategibruk som gjør at han havner under bekymringsgrensen. Det er naturlig å bruke resultatet fra kartleggingsprøven sammen med annen informasjon for å legge til rette for videre arbeid med grunnleggende ferdigheter i regning. Lærer bør også gjennomføre en oppfølgingsamtale med Adam for å avklare spørsmålene i teksten over.

Basert på gjennomgang av prøven til Adam kan han trenge å arbeide mer med:

- tallene i området 100 til 1000
- posisjonssystemet og sifferverdi
- telle med ti og ti, gjerne knyttet til tallinjer med ulik inndeling.
- begrepet nærmeste tall knyttet til arbeid med tallinja og avrunding til tier og hundrer
- dele opp og sette sammen tall på ulike måter, for eksempel $8 = 4 + 4$ eller $5 + 3$ og så videre
- hoderegningstrategier i addisjon og subtraksjon, for eksempel å fylle opp til tier, og automatisering av tallfakta
- addisjon og subtraksjon med tierovergang og veksling, med konkreter, på papir og i hodet

Det er viktig at læreren viser Adam hva han kan. Læreren, Adam og foreldrene hans bør snakke sammen om hva Adam skal arbeide mer med, slik at han forstår hva han skal lære og hvorfor. Kanskje kan arbeidet starte med telletrening, noe foreldrene og Adam kan samarbeide om. Det er viktig at Adam også involveres i å vurdere egen fremgang. Klarer han å telle med ti og ti etter å ha trent mer på dette, eller skal det mer trening til?

Leonora - langt under bekymringsgrensen

Leonora har fått til svært lite på kartleggingsprøven. Derfor vet vi lite om hva Leonora kan. På sidene som handler om telling, tallinjer og regning, er det mange ubesvarte oppgaver. Leonora arbeider langsomt. Dette kan tyde på at Leonora bruker lite effektive strategier for å løse oppgavene. Det er mange spor i prøven til Leonora som gir informasjon om hvordan hun arbeider. Merker på objekter og tallinjer viser at hun teller én og én for å finne antallet i grupperte tiere, og riktig plass på tallinja.

Det kan se ut som om Leonora strever med å bruke tallinja som en representasjon for tallrekka, og at hun ikke forstår inndelingen i intervaller. Hun strever med å sortere tall i rekkefølge og viser liten forståelse for sifferverdi og posisjonssystemet. Leonora lykkes med tallregning med små tall og mengder, men så snart mengdene blir store eller det blir tierovergang, strekker ikke ferdighetene hennes til. Når hun skal regne med store tall, bruker hun margen på prøven og stiller opp regnestykket. Leonora skriver tallene under hverandre med rett venstremarg. Dette tyder på at hun ikke forstår plassverdi fordi hundrer og enere da kommer på samme «plass». En slik oppstilling tyder også på at Leonora regner mekanisk. Forskning viser at mange barn regner mekanisk, og at mange typer av feilsvar i addisjons- og subtraksjonsoppgaver kan knyttes til den mekaniske regningen.

Leonora har ikke fått til noen av subtraksjonsoppgavene. Svarene hennes er «små tall». Noen svake elever tror at subtraksjonsoppgaver har et lite tall som svar, noe som er en misoppfatning. Leonora strever også med å halvere. Kanskje gjetter hun, kanskje forsøker hun å telle nedover. Her er det nødvendig med videre kartlegging.

Veien videre for Leonora

Leonora har svake grunnleggende ferdigheter i regning. Hun har fått til svært lite på kartleggingsprøven og ligger langt under bekymringsgrensen. Svarene hennes gir oss lite informasjon om hva hun kan, hvilke misoppfatninger hun har, om hun har enkle og rigide strategier eller om hun mangler strategier. Mye tyder på at Leonora har svakt tallbegrep.

Det er nødvendig med videre kartlegging av Leonoras tallforståelse og regneferdigheter før tiltak kan iverksettes. En mulighet er å bruke kartleggingsprøven for 1. trinn eller 2. trinn laborativt. På den måten kan Leonora arbeide med oppgaver som er nærmere det hun mestrer. Lærer bør observere Leonora mens hun arbeider med oppgavene, og stille spørsmål om hvordan hun tenker. Da får Leonora vist hva hun kan, samtidig som det gir læreren mulighet til å få innsikt i hvilken forståelse Leonora har. I samtalen kan læreren vise Leonora hva hun (Leonora) kan, og hvordan dette kan danne utgangspunkt for videre læring. Leonora kan samtidig være med på å sette læringsmål for det videre arbeidet.

Med utgangspunkt i kartleggingsprøven, videre kartlegging, klasseromsobservasjon og samtaler med Leonora og foreldrene hennes kan det vurderes om Leonora skal utredes videre. I denne prosessen er det naturlig å involvere skolens spesialpedagogiske ressurser og kontakter.

Jannah - langt over bekymringsgrensen

Jannah ligger godt over bekymringsgrensen og viser at hun får til det aller meste på kartleggingsprøven. Hun teller enheter, grupperer, deler opp og summerer tall og mengder. Jannah bruker tallinja godt og merker av for riktig verdi for tall og mengder. Hun sorterer tall i rekkefølge, fullfører tallrekker med ulike intervaller og avrunder til nærmeste tier og hundrer.

I kartleggingsprøven viser Johnna at hun forstår og kan bruke posisjonssystemet og sifferverdien i oppgaveløsning. Dette kommer for eksempel frem i oppgaver med addisjon og subtraksjon.

Veien videre for Jannah

Resultatene til Jannah forteller ikke noe om hvor gode ferdigheter hun har i regning, og de kan derfor ikke brukes til å gi tilbakemelding om videre arbeid. Jannah har fått til det meste på kartleggingsprøven og viser at hun bruker strategier som er effektive ut fra tidsbruken. Hun har hatt god tid på prøven og har tegnet mye i margene mens hun har ventet på neste oppgave. Hvor stabile og fleksible ferdighetene hennes er, vet vi lite om ut fra resultatene på prøven. Læreren må derfor bruke annen informasjon om Jannah for å planlegge videre arbeid i klasserommet. Kanskje er det mulig å undersøke hvor bredt reportoar av strategier Jannah anvender for regning med flersifrede tall.

SJEKKLISTE - ETTER PRØVEN

Jeg skal

- ✓ se nærmere på resultatene til elever som skårer under eller like over bekymringsgrensen
- ✓ vurdere hva de klarer / ikke klarer på de enkelte prøvene/oppgavene
- ✓ vurdere om de ble ferdige innen tidsfristen på de prøvene som hadde tidsgrense
- ✓ se resultatene i sammenheng med annen informasjon om eleven, blant annet observasjoner gjort under prøven
- ✓ sørge for at elevene og foreldrene til elever som trenger ekstra oppfølging, får tilbakemelding om resultatene og informasjon om videre oppfølging

Oppfølging av resultatene i lærerteamet

De grunnleggende ferdighetene er integrert i kompetansemålene til fagene. Oppfølging av kartleggingsprøven er viktig for alle lærerne på trinnet. Trinnet kan oppsummere og samtale om resultatene av prøven i fellesskap – og på tvers av klasser/elevgrupper. Slik kan man få oversikt både over enkeltelever som er under bekymringsgrensen, og trinnet som helhet. Har skolen mange eller få elever under bekymringsgrensen? Har vi elever på skolen som ligner på Leonora?

Finnes det oppgaver som ingen eller bare noen få elever i klassen har fått til. Hva forteller det om undervisningen? Skal vi planlegge tiltak for hele trinnet? For en enkelt elevgruppe? For enkeltelever? Det bør være et mål å drøfte hvordan man kan arbeide i fellesskap på trinnet, og hva man bør arbeide mer med i de ulike fagene.

Spørsmål til refleksjon og diskusjon

- ✓ Er resultatet som forventet?
- ✓ Ser vi mønstre/tendenser i resultatene for vår skole?
- ✓ Har vi annen informasjon som bekrefter eller avkrefter resultatene fra kartleggingsprøven?
- ✓ Viser resultatene fra kartleggingsprøven at det er behov for ytterligere kartlegging?
- ✓ Hvilke konsekvenser får resultatene for skolens videre praksis?
- ✓ Hva kan vi gjøre for å forbedre de resultatene vi ikke er fornøyde med?

Skoleleders ansvar

Her er en enkel oversikt over hva skoleleder har ansvar for, før under og etter gjennomføringen.

Skolelederen skal:

FØR	UNDER	ETTER
<ul style="list-style-type: none">- ha lest <i>Retningslinjer for gjennomføring</i> og gjort seg kjent med veiledningene til lærerne- sørge for at lærerne på skolen kjenner innholdet i lærerveiledningene- sørge for at gjennomføringen av kartleggingsprøver på skolen er i tråd med de retningslinjene som er gitt i <i>Retningslinjer for gjennomføring</i>- holde seg oppdatert på «viktige meldinger» på www.udir.no- sørge for at foreldre er informert om gjennomføringen- være tilgjengelig for lærerne når de trenger hjelp og støtte til å forberede gjennomføringen- å sørge for at skolene har mottatt pakker med prøvehefter og sjekke at antall og målform stemmer	<ul style="list-style-type: none">- støtte lærerne under gjennomføringen av prøvene	<ul style="list-style-type: none">- følge opp resultatene på skolenivå i det lokale utviklingsarbeidet- legge til rette for at lærere følger opp elever på og under bekymringsgrensen- sørge for at foreldrene til elever på og under bekymringsgrensen får tilbakemelding om resultatene og informasjon om videre tiltak, og at dette sees i sammenheng med annen relevant vurderingsinformasjon som læreren har fra før

Tips til informasjon og aktuelle ressurser

OM PRØVEN OG VURDERING	
<i>Hvor finner jeg mer informasjon om vurdering og prøver?</i>	Vurdering på www.udir.no
<i>Hva er skoleleders oppgaver med kartleggingsprøver?</i>	Retningslinjer for gjennomføring av kartleggingsprøver www.udir.no/Vurdering/Kartlegging-gs/Kartleggingsprover/Retningslinjer-for-gjennomforing-2013/
<i>Hvor finner jeg instruksjonsdelen for å kunne gjennomføre prøven?</i>	Prøveadministrasjonssystemet (PAS) http://pas.udir.no/AuthenticationWeb/?RequestApplication=https%3a%2f%2fpas.udir.no%3a443%2fWeb%2flogin.aspx&returnURL=%2fweb%2fdefault.aspx
<i>Hvor kan jeg lese mer om vurdering for læring?</i>	Vurdering for læring på www.udir.no/vfl

OM GRUNNLEGGENDE FERDIGHETER I REGNING	
<i>Hva skal elevene kunne av grunnleggende ferdigheter i regning?</i>	Læreplan til Kunnskapsløftet www.udir.no/lareplaner/kunnskapsloftet/
<i>Hva er grunnleggende ferdigheter i regning, og hvordan utvikles de?</i>	Rammeverk for grunnleggende ferdigheter www.udir.no/Lareplaner/Forsok-og-pagaende-arbeid/Lareplangrupper/Rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/

Forslag til videre lesing

Norskspråklig litteratur

- Alseth, B. (1998). Matematikk på småskoletrinnet. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Alseth, B. Og Røsselund, M. (2006). Undersøkelandskap i matematikk. I Frislid, M. E. Og Traavik, H. (red.) Boka om GLSM: Grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring. Kapittel 5. Oslo: Universitetsforlaget
- Botten, G. (2003). Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen. Bergen: Caspar forlag.
- Holm, M. (2002). *Opplæring i matematikk. For elever med matematikkvansker og andre elever.* Oslo: Cappelen akademisk forlag.
- Høines, M. J. (2006). *Begynneropplæringen. fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* . Bergen: Caspar forlag.
- Lunde, O. (2008). Matematikkvansker. In A.-L. Rygvold & T. Odgen (Eds.), *Innføring i spesialpedagogikk*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lunde, O. (2010). Hvorfor tall går i ball. Bryne: Info Vest.
- Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: med fokus på elever med matematikkvansker.* Trondheim: Læreboka forlaget.
- Ostad, S. A. (2010). Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming. Oslo: Unipub.
- Solem, I. H., & Reikerås, E. K. L. (2001). *Det matematiske barnet.* Bergen: Caspar.
- Solem, I. H., Alseth, B. og Nordberg, G. (2010). *Tall og Tanke. Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn.* Oslo: Gyldendal.

Litteratur på svensk og dansk

- Butterworth, B. (2010). Dyskalkuli. Att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter. Stockholm: Natur och kultur.
- Lindenskov, L og Weng, P (2013). Matematikvanskeligheder. Dansk psykologisk forlag.
- Begge disse bøkene inneholder forslag til videre kartlegging og undervisningsaktiviteter.

Engelskspråklig litteratur

- Berch, D. B. og Mazzocco, M. M. M. (2007) Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities. Brooks publishing
- Emerson, J., & Babbie, P. (2010). *The Dyscalculia assessment.* London: Continuum.

Andre norskspråklige ressurser

Matematikkenteret "Alle teller" (www.matematikkenteret.no).

Nettstedet www.matematikk.org

Skolen kan også vurdere å abonnere på tidsskriftet Tangenten (<http://www.caspar.no/tangenten.php>). Mange tidligere artikler er tilgjengelige som PDF-filer på hjemmesiden til forlaget. Se for eksempel nr. 2 2003 med tema begynneroppløring.

Forslag til videre lesing for skoleleder

Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foeggen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: response to intervention (RtI) for elementary and middle schools (NCEE 2009 4060). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Kan lastes ned fra <http://ies.ed.gov/ncee/wwc/practiceguide.aspx?sid=2>.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no